博弈论的里程碑成果与局限性分析

徐心和[1] 王艳[2] 刘纪红[1] 张雪峰[2]

1．东北大学信息学院机器博弈研究室,沈阳,110004

E-mail:xuxinhe@ise.neu.edu.cn

2．东北大学理学院系统科学研究所,沈阳,110004

E-mail: jixiangruyiwy@126.com

摘 要：博弈问题要比控制和决策问题更加复杂和难于求解，因此也更富于挑战性。面向各种博弈问题建模和求解的博弈论已有半个多世纪的快速发展，并且取得了一系列具有里程碑意义的研究成果，对于经济学和相关领域的发展起到了巨大的推动作用。在简述博弈论最主要研究成果的基础上，总结了博弈论分析的精髓和基本模式——“理性-预测-均衡”。然而面对大规模的复杂的动态博弈系统，如象棋博弈，现有的博弈论却不能进行着法的求解，由此暴露出现有博弈论的一些局限性问题。因而提出将博弈论与机器博弈加以结合，以求克服一定的局限性问题，以此推动博弈论的拓展，开创博弈论应用的新局面。

关键词： 博弈论；理性；一致预测；纳什均衡；机器博弈；事件对策

Analysis on the Achievement Milestones and Limitations of Game Theory

XU Xinhe[1], WANG Yan[2], LIU Jihong[1], ZHANG Xuefeng[2]

1． Computer Game Group, Institute of Information Science and Engineering, Northeastern University,Shenyang 110004
E-mail: xuxinhe@ise.neu.edu.cn

2．Institute of System Science, Northeastern University; Shenyang 110004, China
E-mail: jixiangruyiwy@126.com

Abstract: The game issues are more complicated and difficult to be solved than the control and decision-making problems, therefore they are more challenging. Game Theory facing to the modeling and solution of various game issues has undergone over half a century of fast development, and has obtained a series of achievement which can been regarded as milestones. So it has played a great improving role in the development of economics and relevant fields. After introducing the main achievement of Game Theory, the essence and the basic model of Game Theory are summarized, i.e. “Rationality –Prediction- Equilibrium”. But when facing the complicated dynamic game systems, for example, chess game, it is hard to solve the move problem by the current Game Theory. It seems that some limitations of Game Theory are showed. Therefore, the Game Theory and Computer Game should be combined so that we can overcome some limitations, improve the extension of the theory, and create a new situation for the applications of Game Theory.

Keywords: Game Theory; Rationality; Consistent Prediction; Nash Equilibrium; Computer Games; Event Game

---

此项工作得到国家自然科学基金资助, 项目批准号: 60774097

1. 引言(Introduction)

从系统论的角度分析，博弈系统要比控制与决策系统更为复杂。一般来说，控制系统是面向物理、化学、生理等实际问题，决策问题是面向社会、生产等实际问题，它们都可以总结客观的运行规律，建立各种适当的数学模型。尽管目标可能不止一个，但控制与决策的主体都是一个。而博弈系统，尤其是非合作二（多）人博弈，则存在两（多）个独立、理性的决策主体，要有两（多）个控制（决策）变量进入系统。任何一方的决策分析中都要考虑对方的、能动的、主观的决策机制，必然使问题更加复杂。例如微分对策问题就要比最优控制与动态规划问题复杂得多，困难得多。

因此，博弈系统便向系统论、控制论和决策论的学者们提出了新的挑战。

纵观博弈论的发展进程，它是由静态博弈到动态博弈，由完全信息博弈到不完全信息博弈，由简单博弈到复杂博弈的一个不断发展的过程。近百年来，许多杰出的数学家和经济学家为此做出了巨大的贡献。到了 20 世纪 70 年代，博弈论已经正式融入主流经济学，并逐渐成为现代经济学标准的分析工具[1]。

博弈论分析的目的是预测博弈的结果，在包含两个或多个对手的对抗和竞赛中，给出选择最优行动策略的方法。纳什均衡的价值主要在于它的一些非常重要的性质，其中“一致预测性”就是最重要的性质之一。也就是说，纳什均衡是关于博弈将会如何进行“一致预测”的。于是，“理性-预测-均衡”便成为博弈论求解问题的基本模式和精髓。

正是由于受到这种基本模式的制约，使得现有的博弈论无法解决那些长期的、看不到最终结果的博弈问题，也处理不了象棋博弈这类基本的博弈问题。在棋类博弈问题中，参与者都不是要寻找均衡（和棋）的结果，而恰恰要设法打破这种均衡，凸现优势，以达到胜出的目的。理性的不对称性提供了这种可能性。这些都显露出现有博弈论的局限性所在。

本文在第 2 节综述了博弈论的发展历程，历数了博弈论一些具有重要意义的研究成果。第 3 节归纳了博弈论解决问题的“理性-预测-均衡”的基本模式；第 4 节结合象棋博弈分析了现有博弈论的局限性；最后在结论中指出：应将博弈论与机器博弈加以结合，推动博弈论的拓展，开创博弈论应用的新局面。

2. 博弈论里程碑成果综述(Review of Achievement Milestones of Game Theory)

有关博弈的思想可以追溯到古老的年代，如我国的“齐威王田忌赛马”、孙子兵法，以及 1500 前巴比伦犹太教法典中的“婚姻合同问题”等。它们记载了古人早就具有以策略定胜负，相互制约的博弈理念。

最早涉及博弈思想的文献有瓦德格拉夫（Waldgrave）在 1713 年研究了两人博弈的极小极大混合策略解，古诺（Cournot，A）给出了两寡头之间通过产量决策的竞争模型[2]。后来伯川德（Bertrand）修改了古诺模型提出的寡头间通过产品价格博弈的竞争模型，埃奇沃斯（Edgeworth）提出了类似于现代合作博弈论中“核”概念的“合同曲线”等。他们的工作无疑是现代博弈论中博弈模型、博弈解概念的最早版本。

上世纪初开始了对博弈理论问题比较系统的研究。例如，策墨罗（E.Zermelo）在 1913 年提出了关于象棋博弈的定理[3]，提出了“逆推归纳法”（Backward induction procedure）；波雷尔（E.Borel）1921 年在研究象棋博弈[4]中，对混合策略或随机策略作了现代表述，给出了两人有限博弈的极小化极大解；约翰·冯 ·诺依曼（John von Neuman ）1928 年给出了扩展型博弈定义，证明了有限策略二人零和博弈具有确定性结果[5]，从而宣告了博弈论的正式诞生。

真正使博弈论进入经济学广阔领域的是约翰·冯 ·诺曼（John von Neuman）和奥斯卡·摩根斯坦（Oskar Morgenstern），他们在 1944 年著名的《博弈论与经济行为》[6]一书中引进了通用博弈理论的思想，提出了大部分经济问题都应作为博弈来分析。书中介绍了博弈的扩展式和标准式（或策略式）的表示方法，定义了最小最大解，并证明了这个解在所有二人零和博弈中存在（非合作博弈）。他们研究问题的本质和所使用的技巧完全运用纯粹的数学分析方法，其中涉及集合论、线性集合、逻辑学和群论等一些重要概念。严格的数学演绎标志着博弈理论的正式形成。

约翰·纳什（John Nash）1950 年提出了后来被称为“纳什均衡”的概念[7]，并将这一概念作为博弈论分析非零和博弈的一种方法。纳什均衡要求每个参与人的策略是对他所预测的对手策略的支付最大化反应，并且可使每个参与人的预测都是正确的。这是古诺（Cournot，A）和伯川德（Bertrand）所研究的特定模型均衡的一个自然推广，也是大多经济问题分析的起点。同年，美国数学家塔克（Albert W.Tucker）发展了“囚徒困境”（Prisoner’s Dilemma），对博弈问题进行了形象化的处理和表述，使其为更多的人所理解。这两项工作奠定了当代非合作博弈理论的基石。

在静态博弈中，纳什均衡具有良好的稳定性，各博弈方能够一致预测到该均衡的最终形式。这样，各博弈方可以在博弈开始之前就制定出一个完全的行动计划，而且各博弈方都没有动力去改变这一策略组合。但在动态博弈中，由于相机行为的存在，从而导致不可信问题，这样就使动态博弈下的纳什均衡可能缺乏稳定性。

基于这一问题，莱茵哈德·泽尔腾(Reinhard Selten) 1965 年引入了“子博弈完美纳什均衡”（Subgame Perfect

Nash Equilibrium）[8]，最先论证了在一般的动态博弈中，某些纳什均衡比其它的纳什均衡更加合理，这就是子博弈完美均衡。它要求均衡策略在每个信息集上都是对于对手策略的最佳反应，这样就避免了局中人利用非最佳反应策略实施“空洞威胁”的情况。它是纳什均衡在完全信息动态博弈中的精炼与推广。

在现实社会经济环境中，进行策略选择时对有关信息了解不充分的情况随处可见。由于缺乏处理不完全信息的一般性手段，便使博弈论的早期受到了严厉的批评，认为其分析缺乏现实基础，结论也就失去了实用价值。直到约翰·海萨尼（John Harsanyi）1967-1968 年提出一种使用标准博弈论技术来模型化不完全信息的方法，也就是贝叶斯理论，这种局面才得以改变[9] 。在标准技术中，假设了所有的参与人都知道别人的支付函数，从而将不完全信息博弈转化为完全但不完美信息动态博弈。而在不完全信息下，参与人对其他参与人的支付是不确定的。这就使贝叶斯纳什均衡（Bayesian Nash Equilibrium）成为很多博弈分析的基础，从此博弈论也成为研究信息问题的重要手段。

当博弈同时为信息不完全和动态时，贝叶斯纳什均衡的概念就显得太弱了，就像纳什均衡在完全信息的动态博弈中一样，它允许空洞的威胁存在，从而引出完美贝叶斯均衡和序贯均衡（Sequential Equlibrium）。序贯均衡是非完全信息动态博弈中的核心概念，它由克瑞普斯和威尔逊（Kreps and Wilson）于 1982 年最早提出[10]，并发展成为博弈中最一般的均衡概念。序贯均衡是对完美贝叶斯均衡的再精炼也是信息经济学的分析基础。而完美贝叶斯均衡则可理解为贝叶斯纳什均衡和子博弈精炼纳什均衡的综合。

泽尔腾于 1975 年应用策略型博弈形式提出了颤抖手完美均衡（Trembling – hand Perfect Equilibrium）的概念[11]，可简称颤抖手均衡。在均衡精炼中这一概念占据着重要地位，开启了一种全新的思路；同时它也是一种很强的精炼均衡，因此又简称完美均衡。其基本思想是：在任何一个博弈中，每一个局中人均有可能犯错误，如同一个人抓东西时，手的颤抖使其发生偏差而抓不住一样。这样，局中人在选择策略时就要考虑到其他局中人犯错误的可能性，由此产生比纳什均衡更加合理的均衡概念。

信号博弈（Signaling games）是信息不对称中的一个重要模型，它是研究逆向选择的一个重要模型，最早由斯彭恩（Spence）于 1973 年提出并加以讨论。该模型是关于求职的模型，它不仅开创了广泛运用扩展式博弈描述经济问题的先河，而且还较早地给出了完美贝叶斯均衡等概念。他也因此获得了 2001 年的诺贝尔经济学奖[12]。

微分对策(Differential games)的提出最初是出于军事上的需要。20 世纪中叶高新技术日益发展，在对航天技术中的制导系统、拦截飞行器以及有关机动追击等军事问题的研究中，采用经典对策论的方法难以取得令人满意的结果。于是，以美国数学家 Issacs 为首的研究小组，将现代控制论中的一些模式引入对策论[13]， 取得了突破性的进展，并开创了对策论新的研究领域——微分对策。1971 年，Friedman 确立了微分对策的理论基础，使微分对策渐趋系统和完善。今天，微分对策的应用已经深入到社会、经济、生活等各个领域的方方面面，比如生产与投资、劳资与谈判、招标与投标等。

早在20世纪50年代后期，在核武器军备竞赛的背景下，托马斯·谢林(Thomas Schelling)在其《冲突的战略》（The Strategy of Conflict）[14] 一书中, 提出了将博弈论作为社会科学研究统一框架的观点，并对讨价还价和冲突管理理论作了详细的分析。一般而言，主流的博弈论大多都是以数学语言和公理性的方法来进行研究，而谢林则通过一条截然不同的途径, 对博弈论的建立和发展做出了巨大贡献。在把注意力从零和博弈上转移开来之后, 他开始强调这样一个事实: 几乎所有的多人决策问题都是冲突和共同利益的混合体，并且两种利害关系之间的相互作用可以通过非合作博弈理论进行分析。

谢林在书中首次定义并阐明了威慑、强制性威胁与承诺、战略移动等概念。尽管当时谢林并没有刻意强调正式建立模型问题，但是他的许多观点后来随着博弈论的新发展而定形，而他所定义的概念也成为博弈理论中最基本的概念。比如，完美均衡概念中的不可置信威胁就源自谢林的可行均衡概念。谢林的博弈理论是对新古典经济理论分析方法的突破，与主流的博弈理论在研究方法和侧重点上都有很大的不同，从而丰富、完善和发展了现代博弈论。

以色列经济学家罗伯特·奥曼（Robert Aumann）考察了许多具体的合作行为，分析了更特殊的合作行为的解（核），并于 1959 年定义了“强均衡”（Strong Equilibrium）概念[15]，即没有任何行为人群体可以通过单方面改变他们的决策来获益的情形。他指出，重复博弈的“强均衡”与一次性博弈的核是相互一致的。这使得奥曼开始去定义和研究经济理论中极为重要的“一般”合作博弈，即非转移效用（Non－transferable utility）博弈。他的研究拓展了该领域的研究空间。1966 年在给美国武器控制和裁军机构提交的开创性报告中，奥曼和马希勒（Michael Maschler）建立了不完全信息的重复博弈模型，促进了博弈理论系统性的发展。

奥曼通过研究，建立了所谓的“交互认识论”（Interactive epistemology）。在 1976 年的论文“同意分歧”（Agreeing to disagree）中[16]，他把共同知识的概念引入博弈论，这一概念最初由李维斯（Lewis）于 1969 年提出。对于一个事件而言，如果所有博弈当事人对该事件都有了解，如果所有当事人都知道其他当事人也知道这一事件，如果所有当事人都知道所有当事人都知道

这一事件，那么该事件就是共同知识。奥曼的这篇论文产生了巨大反响，它一方面导致了今天人们所熟知的"交互认识论"的发展，另一方面也在经济模型和计算科学等许多领域得到了广泛应用，比如用于分析多重处理器网络的分布环境等。

奥曼和谢林所创立的博弈理论或称交互决策理论，为解决合作或冲突这一古老问题提供了最优路径。他们的学术成果对于市场的价格形成和经济谈判具有深远的指导意义，在安全和裁军政策等社会领域也广为应用。因此美国经济学家托马斯·谢林和以色列经济学家罗伯特 ·奥曼于 2005 年被授予诺贝尔经济学奖。

由此不难看出，没有任何其它数学分支能像博弈论那样为经济学研究和发展提供强有力的理论支持，也没有任何其它学科门类能像经济学那样，为博弈论的理论发展提供如此众多的背景模型 [1]。

3. "理性-预测-均衡"——博弈论的精髓 ("Rationality –Prediction–Equilibrium"--the Essence of Game Theory)

理性构成了博弈论公理体系的重要内容。理性的含义不仅要求每个参与者都始终考虑自身利益的最大化，而且需要有能力预测博弈的结果。这是因为，理性和能力决定了博弈方的行为逻辑，不搞清博弈方基本的行为逻辑，就不可能对他们的策略选择和相互博弈的结果做出准确的判断[17]。而这种博弈结果的准确判断便是"一致预测性"。

一致预测性是纳什均衡的本质属性，也是保证纳什均衡的价值，使纳什均衡具有不同于其它分析概念的特殊地位的最重要的性质之一 [17]。

纳什均衡是关于博弈将会如何进行的"一致"预测。这意指：如果所有参与人预测特定纳什均衡会出现，那么没有参与人有动力采用与均衡不同的行动。因此纳什均衡（也只有纳什均衡）具有这种性质：使得参与人能预测到它，预测到他们的对手也会预测到它，如此继续。与之相反，任何固定的非纳什均衡组合如果出现，就意味着至少有一个参与人"犯了错"，或者是对对手行动的预测上犯了错，或者是（给定那种预测）在最优化自己的收益时犯了错。这就是博弈方的判断选择能力有缺陷情况下的博弈问题的有限理性问题[8]。

在博弈问题中，博弈方之间都有很强的相互依赖和影响，只要有个别或部分博弈方的理性能力存在局限性，就会破坏整个博弈和博弈分析的基础，使得在所有博弈方有完全的能力和理性的前提下，我们所作的理论分析全部失效[17]。

因此，纳什均衡为理性的决策者提供了博弈可能结果的一致预测性，也是理性决策者最优决策的结果，从而为决策者指明了决策方向——博弈问题的稳定解。

由此可以看出，"理性-预测-均衡"构成了博弈论的基本模式，是博弈论的精髓所在。在这样一种基本模式下，对于不同的条件和不同的问题便产生了不同的均衡。如表 1 所示。其中不完全信息博弈也称为 Bayes 博弈。

表 1　各种博弈问题中的均衡

	静态博弈	动态博弈
完全信息	纳什均衡	子博弈完美纳什均衡
不完全信息	贝叶斯均衡	完美贝叶斯均衡

需要指出的是：博弈论中所理解的均衡与在经济学的其它领域中所理解的均衡不同。在一般经济学的均衡模型中，均衡是指由每个人的最优行为所导致的一组价格，但在博弈论中，这样一组价格被称为均衡结果（Equilibrium outcome）, 而其均衡指的是产生这一结果的策略组合，即每个人如何实现买卖的规则。总之，在博弈论中均衡是一种策略组合，是各方都能获得最佳效益的策略平衡点。

所有博弈论问题都是以研究均衡为目标，只有找到了某种意义下的均衡，此类博弈问题才算得到解决。话说白了，就是"对于聪明人，什么结果都看得很清楚，必然选择最为稳妥的对策。相互之间必然达到一种稳定的平衡，如果确实存在这样一种平衡。"

4. 博弈论局限性分析(Analysis on Limitations of Game Theory)

从博弈论的精髓分析中不难看到，博弈论能够解决的问题是比较有限的。只有那些在博弈论框架下的问题，能够通过某种分析方法得到均衡的解析解，才是博弈论的解。尽管在近百年的研究中，可以列出许许多多博弈论解决的问题。如囚徒困境、智猪博弈、手雷问题等，数不胜数，但想通过数学分析的方法能够对博弈的结果给出一致预测的情况却是十分有限的。

根据"理性-预测-均衡"的模式，如果一个动态博弈问题要进行很长一段时间，甚至可能要永远地进行下去，那就无法预测最后的结果，看不到最后的均衡，现有的博弈论模式就会对它无能为力。

在一个动态博弈中，如果参与者的策略集和对弈回合数比较庞大，如数以十计，由于采用扩展式模型的节点数接近天文数字而难以建模，用回溯的方法更是无法在时间和空间上应对。现有的博弈论模式依然显得无能为力。

其实，象棋的对弈就是这样一类问题。尽管在博弈论诞生之时，人们都是用弈棋作为启蒙的例子，让大家了解什么是博弈问题。也有学者给出了一些针对弈棋问题的定性结论，认为象棋只是博弈问题中一种比较简单的博弈类型，因为它只是一种二人零和有限博弈，而且

策墨罗(E・Zermelo)定理早已证明这种博弈存在纯策略纳什均衡。因为从理论上讲象棋博弈的结局是一定的，可以在下棋之前判断出最终结果[18]。然而现实与这种“显而易见的理论结论”完全不相符合。由于象棋博弈的回合数量很大,分支选择很多,若要遍历整个策略集和全部可行路径，即使利用最先进的计算机，也无法在有限时间内（如１００万年）找出当前局面的最优着法。这就是博弈论著名的“象棋博弈之谜”[19]。现实中象棋比赛的结果是很不确定的。由于说不清最终结果，找不到纳什均衡,象棋比赛也就成为博弈论不能求解的问题。

退一步讲，两个绝顶聪明、具有绝对理性的对弈者，他们都能识破对方的意图，谁也不会走错一步，那么对弈的结果应该是平局。或许我们可以将平局称之为纳什均衡？然而在现实生活中，平局比比皆是。我们无法承认这些对弈者都是非常理性的，更无法承认他们在对弈的开始便有“一致预测”,因此也很难承认这些平局都是纳什均衡。

弈棋本来就是智力的较量，智力的差异也是现实存在的。在复杂对弈的局面之下，根本不存在博弈论公理假设中的“理性”，当然也就不存在“一致预测”和“纳什均衡”。

其实在弈棋的过程中，任何一方都不是要寻找均衡结果，而恰恰要设法打破这种均衡，凸现优势，以达到胜出的目的。这是博弈的真正目的，但却不是现有博弈论追求的目标。所以，现有的博弈论难以求解棋牌博弈的实际问题也是顺理成章的事情。

换句话说，现有的博弈论还不能解决象棋博弈这类基本的博弈问题，这便充分说明了博弈论存在很大的局限性。博弈论无论从它的目标上，还是从它求解问题的方法上，都需要极大的拓展。

如果我们将更为复杂的博弈问题纳入考虑的范畴，比如体育比赛和战争，那么现有的博弈论更是无能为力了。因为在这些问题当中，除了双方有着策略的选择问题之外，还伴有技能的发挥以及许多随机因素的作用。随着信息技术的飞速发展，在这种对抗当中也会呼唤有关博弈理论及算法的飞跃，以满足日益迫切的需求。

5. 突破局限的方向性探讨（Discussion on the Way to Overcome the Limitations）

既然现实提出了需求，又暴露出了一系列的局限性问题，就应该探讨问题的解决。

首先就是对于理性的正确认识，应该承认理性的相对性与不对称性，这样“一致预测性”便不应该是追求的目标。对于二人零和问题，理性的参与者追求的不是均衡，而是胜出。博弈论在研究均衡的同时，还应该研究不均衡的结局。

作为计算机学科和人工智能学科的重要研究课题——机器博弈（Computer Games）恰恰是针对计算机下棋而开展的研究领域，并且已经取得了十分显著的研究成果。1997 年 IBM“深蓝”战胜了世界棋王卡斯帕罗夫，2006 年东北大学的“棋天大圣”与“中国象棋第一人许银川”战平。近期《科学》杂志评出 2007 年十大科学突破[20]，最新编制的挑战人类智力的电脑游戏占居了一席之地——科学家们完成了一个精心编写的国际跳棋的程序，使计算机拥有了对人类棋手制胜的诀窍。这些都说明机器博弈在解决象棋一类的动态博弈方面取得了巨大的成功。

从而不难看出，突破局限的重要方向应该是将计算机科学引入到博弈论的范畴。当然这绝不是一个新鲜的课题。目前在计算博弈（Computational Game）、算法博弈（Algorithmic Game）,以及前面提到的微分对策等等方面都在设法发挥计算机在解题过程的强大威力。而如何应用机器博弈的成果来丰富和发展博弈论，进而扩大博弈论的应用领域，应该是很有前景的研究课题。

如果从学科的角度分析，以纳什均衡为代表的博弈论应该属于数学的范畴，是运筹学的一个分支。类似于数学分析，相关理论都是通过解析的方法——解析与推证，对问题进行精确求解。这样的结论可靠，可信度高，理论意义巨大，有着广阔的推广价值。但是解题方法的普适性不好，就像积分和求解微分方程一样，常常是一题一法，求解困难，多数问题还无法求解。随着计算机的出现，数值分析迅速发展。它是数学和计算机科学交叉的产物。它是采用数值分析的方法——逼近和模拟，寻求近似解。仍以积分和求解微分方程为例，求解方法简单，以不变应万变，解题能力强，绝大多数问题都可以给出数值解。于是它的应用意义巨大，可以解决大量的实际问题，取得显著的经济效益和社会效益，在国民经济、科学技术和日常生活中已经成为不可或缺的核心技术。

如果将博弈论比作数学分析，将机器博弈比作数值分析，二者各有所长，在方法论上相距甚远，但是它们面向的却是同样的博弈问题。如果能将二者结合和统一起来，则必将开辟博弈问题求解的新天地。

如果从系统论的角度分析，动态博弈系统应该属于离散事件动态系统的范畴。以下棋过程为例，棋局便是当前的状态，着法则是驱动系统状态演化的事件。先前在分析棋牌游戏的基础上提出的事件对策理论[21]，有望将离散事件动态系统的研究成果扩展到博弈论当中，就像将最优控制的思想引入到博弈论中而形成微分对策研究领域一样，事件对策理论也会使得机器博弈的结果进一步理论化，从而提高它的泛化能力与应用范围。

现实生活中的动态博弈问题都是非常复杂的。既有时间驱动的连续对策问题，又包含由事件驱动的离散对策问题。这种混杂对策问题的求解必然呼唤能够将微分对策论与事件对策论有机结合起来的混杂对策理论的创立[22]。于是，军事对抗等便可以逐渐纳入博弈论思考的

范畴了。

6. 结语（Conclusion）

经过半个多世纪的发展，博弈论已经取得极为丰富的成果，并在经济学领域获得了极大的成功。在其它的一些学科也都显示出巨大的威力。同时也应看到，现有的博弈论成果在解决现实的动态博弈问题方面还存在很大的局限性，即使是具有完美信息的弈棋一类博弈问题。本文在分析博弈论精髓和局限性基础上，也探讨了突破局限的方向性问题，力图使博弈论的理论与应用拓展更为宽广的前景。

参考文献

[1] 李光久, 博弈论基础教程 [M], 化学工业出版社， 北京, 2005.

[2] Counot,A.,recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses，1838. English edition(ed. N. Bacon): Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth[M]，Macmillan,1897.

[3] Zermelo, E.,Uber eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels[M], In Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematics,1913.

[4] Borel, E.,The Theory of Play and Integral Equations with Ske Symmetric Kernels[J], Econometrica ,Vol.21,pp.97-100, 1953.

[5] Von Neumann,J.,Zur Theorie der Gesellschaftsspiele[J],Math. Annalen,Vol,100,pp.295-320, 1928.

[6] Von Neumann, J.and Mogenstern,O.,The Theory of Games and Economic Behavior[J].Princeton University Press, Princeton 1944.

[7] Nash, J.,Equilibrium points in N-person games,,Proceedings of the National Academy of Sciences[J],Vol.36,pp.48-49, 1950.

[8] ［美］弗登博格等著，姚洋等译. 博弈论[M]. , 中国人民大学出版社， 北京, 2002.

[9] Harsanyi, J., Games with incomplete information played by Bayesian players[J], Management Science,Vol. 14, pp.159-182, 320-334,486-502, 1967.

[10] Kreps, D.,and R. Wilson., Sequential Equilibria[J], Econometrica, Vol. 50,pp.863-894, 1982.

[11] Selten, R., Re-examination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games[J], International Journal of Game Theory,Vol. 4,pp.25-55, 1975.

[12] Spence, A.M., Job Marketing Signaling,Journal of Economic Theory[J],Vol.8,pp.296-332, 1973.

[13] Issacs R, Differential Games[M].，New York: John Wiley & Sons,1965.

[14] ［美］托马斯·谢林著，赵华等译. 冲突的战略[M]. , 华夏出版社， 北京, 2006.

[15] Aumann, R., Acceptable points in general cooperative n-person[M],In contributions to the Theory of Games IV.Priceton University Press,1959.

[16] Aumann, R., Agreeing to disagree[J],Annals of Statistics, Vol.4, pp.1236-1239, 1976.

[17] 谢识予,经济博弈论（第 3 版）[M].复旦大学出版社, 上海,2002.

[18] 黄涛编著,博弈论教程[M].首都经济贸易大学出版社, 北京,2004.

[19] 谢识予,纳什均衡论[M].上海财经大学出版社,上海，1999,7.

[20] Breakthrough of the year, Science[J], Vol. 318，pp.1842-1849，2007.

[21] 徐心和，郑新颖. 棋牌游戏与事件对策[J]. 控制与决策，Vol.22, No.7(2007.7): 787-790

[22] 徐心和，施鸿雁. 一个空战实例中的混合对策问题[C]. 2007 中国控制与决策学术年会论文集: 913-916，2007.7.5－8，无锡